

Temat: Szkicowanie wykresów funkcji

1. Wykres funkcji – co już wiemy?

Zgodnie z tym, czego uczyliśmy się na poprzednich zajęciach, wykres funkcji to zbiór punktów o określonych współrzędnych.

Jak narysować wykres?

- wyznaczyć pary punktów, które spełniają dany warunek
- najwygodniej zapisać te punkty w tabelce
- zaznaczyć w układzie współrzędnych wyznaczone punkty

Przykład

Naszkiej wykres funkcji $f: D \rightarrow \mathbf{R}$,

a) $D = \langle -2; 3 \rangle$, $f(x) = x + 1$,

$D = \langle -2, 3 \rangle$ ← taki zapis oznacza, że dziedziną funkcji są **wszystkie** liczby od -2 do 3 razem z liczbą -2 i 3. Zatem, gdy zaraz będziemy wybierać argumenty do tabelki, to wybieramy liczby od -2 do 3.

Rysowanie wykresu zaczynamy od tabelki

x	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$						

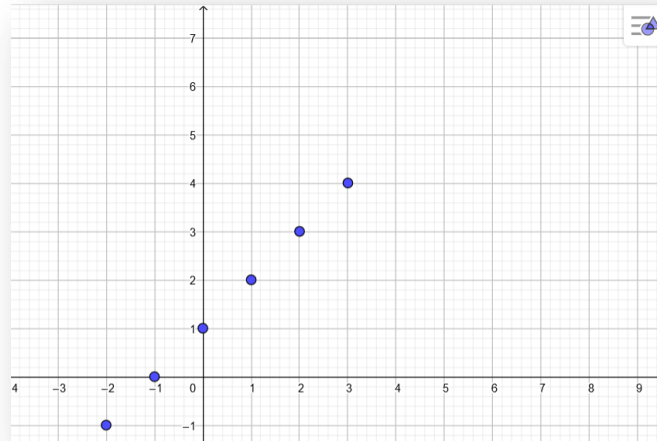
Obliczamy kolejne wartości. Wzór funkcji $f(x) = x + 1$, czyli w miejsce x wstawiamy kolejne argumenty i otrzymujemy:

$f(-2) = -2 + 1 = -1$	$f(0) = 0 + 1 = 1$	$f(2) = 2 + 1 = 3$
$f(-1) = -1 + 1 = 0$	$f(1) = 1 + 1 = 2$	$f(3) = 3 + 1 = 4$

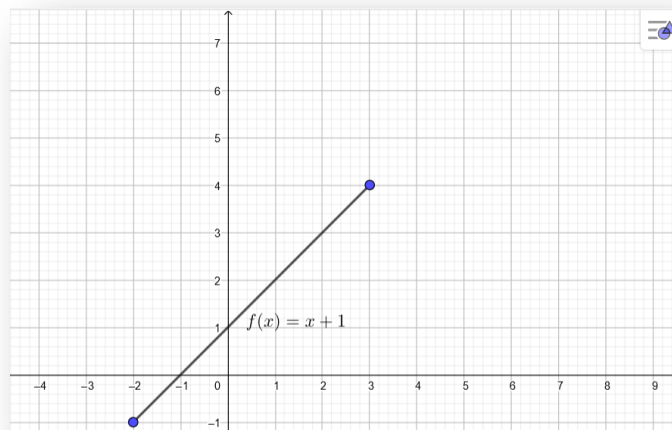
Wstawiamy obliczone wartości funkcji do tabeli

x	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	-1	0	1	2	3	4

Rysujemy układ współrzędnych i zaznaczamy w nim punkty z tabelki, czyli: $(-2, -1)$; $(-1, 0)$; $(0, 1)$; $(1, 2)$; $(2, 3)$; $(3, 4)$



Na koniec patrzymy jeszcze na dziedzinę funkcji, czyli $D = \langle -2, 3 \rangle$. Od -2 do 3 znajduje się nieskończenie wiele argumentów (np. $-1,5$, $1\frac{3}{5}$, $1,9999$ itd). Gdyby chcieć ująć je w tabeli byłoby potem nieskończenie wiele punktów do zaznaczenia w układzie współrzędnych. Te punkty układają się w jedną linię – zatem łączymy na wykresie otrzymane wcześniej punkty. Przedział $\langle -2, 3 \rangle$ oznaczający dziedzinę tej funkcji jest obustronnie domknięty, więc początek i koniec wykresu zaznaczamy „zamalowanymi kółkami” i w ten sposób otrzymujemy ostateczny wykres tej funkcji – wygląda on tak:



2. Ćwiczenia w rysowaniu wykresów funkcji

Ćwiczenie 4 c d str 142

c) $D = (0; 5)$, $f(x) = x - 1$

$D = (0, 5)$ ← taki zapis oznacza, że dziedziną funkcji są **wszystkie** liczby od 0 do 5 bez liczby 0 i 5. Zatem, gdy zaraz będziemy wybierać argumenty do tabelki, to wybieramy liczby od 0 do 5, a na końcu zostawimy na wykresie „otwarte kółka” dla 0 i 5.

Rysowanie wykresu zaczynamy od tabelki

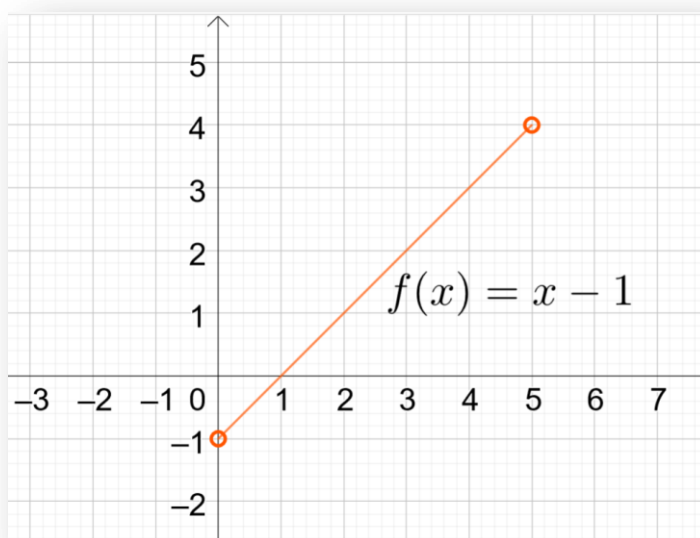
x	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	-1	0	1	2	3	4

Obliczamy kolejne wartości. Wzór funkcji $f(x) = x - 1$, czyli w miejsce x wstawiamy kolejne argumenty i otrzymujemy:

$f(0) = 0 - 1 = -1$	$f(2) = 2 - 1 = 1$	$f(4) = 4 - 1 = 3$
$f(1) = 1 - 1 = 0$	$f(3) = 3 - 1 = 2$	$f(5) = 5 - 1 = 4$

Rysujemy układ współrzędnych i zaznaczamy w nim punkty z tabelki.

Uwzględniamy dziedzinę funkcji, czyli $D = (0, 5)$. Od 0 do 5 znajduje się nieskończenie wiele argumentów – zaznaczone razem z odpowiadającymi wartościami w układzie współrzędnych układają się w jedną linię – zatem łączymy na wykresie otrzymane wcześniej punkty. Przedział $(0, 5)$ oznaczający dziedzinę tej funkcji jest obustronnie otwarty, więc początek i koniec wykresu zaznaczamy „otwartymi kółkami”. W ten sposób otrzymujemy ostateczny wykres tej funkcji – wygląda on tak:



d) $D = (-4; 2)$, $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$

Wskazówki:

- W tabelce umieść argumenty -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2
- Oblicz wartości podstawiając powyższe argumenty w miejsce x do wzoru funkcji
- Zaznacz otrzymane pary punktów w układzie współrzędnych
- Połącz otrzymane punkty, przy czym przy argumentie -4 zostaw „otwarte kółko”, a przy argumentie -2 „kółko zamalowane”
- Sprawdź swój wykres z tym <https://www.geogebra.org/classic/zv4rhjxd>

3. Praca domowa

Zad 6, 7 str 144

Zapisz rozwiązania tych zadań w zeszycie, nie wysyłaj.

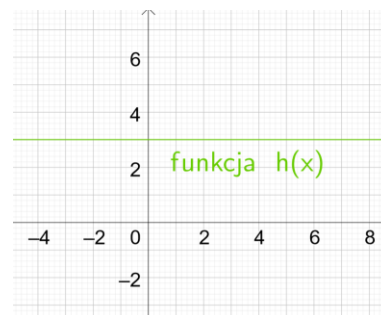
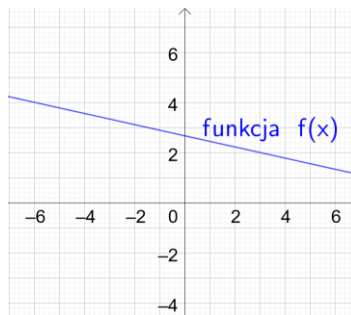
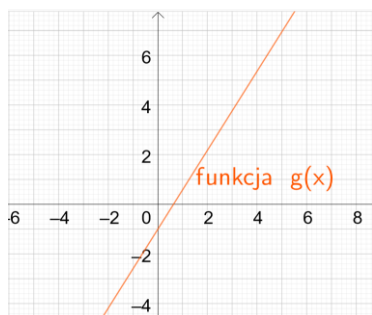
W razie pytań do zadań proszę o kontakt przez Messengera – przekażę wskazówki.

Dziękuję za uwagę ☺

Temat: Monotoniczność funkcji

1. Funkcja rosnąca, malejąca i stała

Popatrz na wykresy funkcji poniżej:



Na pewno zauważasz, że jeden z nich „**wznosi się**”, drugi „**opada**”, a trzeci „**jest stały**”.

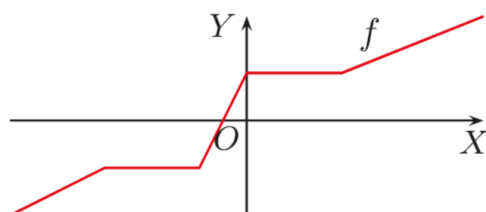
Zwróć uwagę jak zmieniają się wartości funkcji, gdy obserwujemy coraz większe argumenty – na tej podstawie określamy monotoniczność funkcji.

Gdy wraz ze wzrostem argumentów rosną wartości → jest to funkcja **rosnąca**

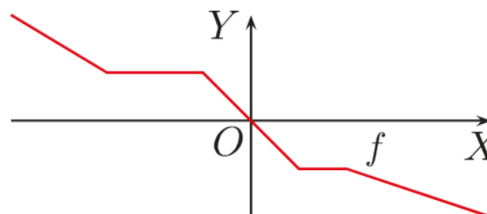
Gdy wraz ze wzrostem argumentów maleją wartości → jest to funkcja **malejąca**

Gdy wraz ze wzrostem argumentów wartości się nie zmieniają → jest to funkcja **stała**

Inne rodzaje:



Przykład funkcji niemalejącej

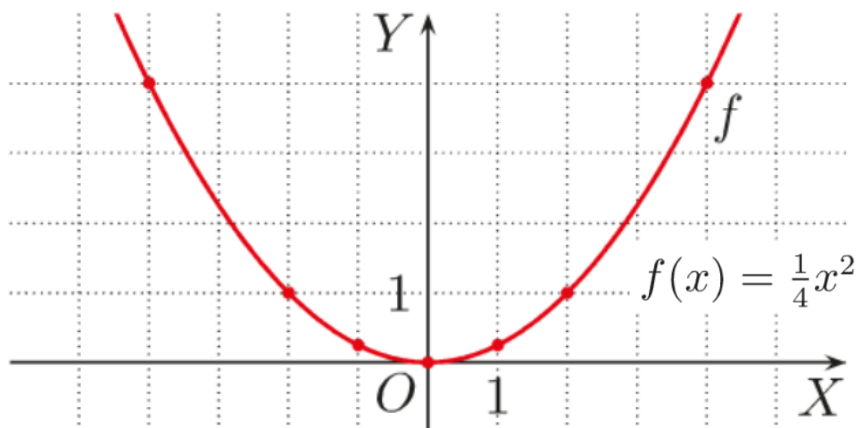


Przykład funkcji nierosnącej

2. Monotoniczność przedziałami

Większość funkcji nie jest tak jednoznaczna jak w poprzednich przykładach, kolejne funkcje będą częściowo rosnące, częściowo malejące, a częściowo stałe – określamy to dzieląc wykres na części i podając odpowiadające im przedziały argumentów.

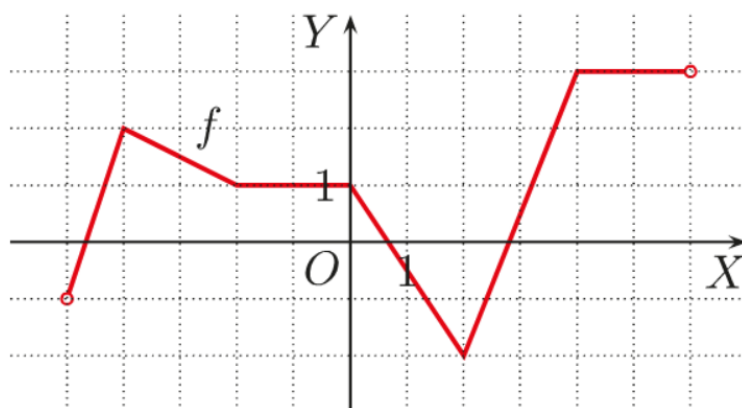
Przykład 1



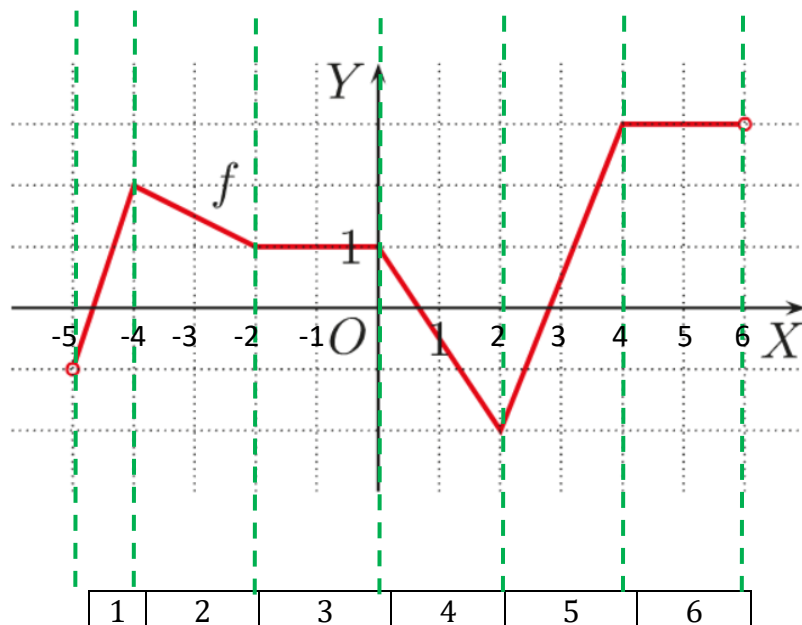
W przedziale $(-\infty; 0)$ funkcja f maleje, a w przedziale $(0; \infty)$ – rośnie. Przedziały te nazywamy przedziałami monotoniczności tej funkcji.

Przykład 2

Podaj przedziały monotoniczności tej funkcji.



Aby poprawnie określić przedziały monotoniczności tej funkcji dzielimy ją w myślach na części, gdzie wykres „podnosi się”, „opada” i „jest stały” (patrzac tak samo jak czytamy słowa, czyli od lewej do prawej).



1 – rosnąca 2 – malejąca 3 – stała 4 – malejąca 5 – rosnąca 6 - stała

Zapisuję przedziały monotoniczności, odczytując liczby z osi OX.

W przedziałach $(-5, -4)$, $(2, 4)$ funkcja jest rosnąca

W przedziałach $(-4, -2)$ $(0, 2)$ funkcja jest malejąca

W przedziałach $(-2, 0)$, $(4, 6)$ funkcja jest stała

3. Zadania samodzielne

Zad 1, 2 str 152

Zapisz rozwiązania tych zadań w zeszycie, nie wysyłaj.

W razie pytań do zadań proszę o kontakt przez Messengera – przekażę wskazówki.

Dziękuję za uwagę 😊